

2.1

a) $-2x \cdot 3x$

$$= -2 \cdot 3 \cdot x \cdot x$$

$$= -6x^2$$

Kertolaskussa voidaan vaihtaa tulon tekijöiden järjestys.

$$-2 \cdot 3 = -6 \text{ ja } x \cdot x = x^2$$

b) $3 \cdot 2x = 6x$

c) $-2x \cdot (-3x)$

$$= -2 \cdot (-3) \cdot x \cdot x$$

$$= 6x^2$$

Kertolaskussa voidaan vaihtaa tulon tekijöiden järjestys.

$$-2 \cdot (-3) = 6 \text{ ja } x \cdot x = x^2$$

Vastaus

a-4, b-1, c-3

2.2

a) $x(8x - 3)$

$$= x \cdot 8x + x \cdot (-3)$$

$$= 8x^2 - 3x$$

Kerrotaan sulkeet auki.

b) $-3x(2x + 7)$

$$= -3x \cdot 2x - 3x \cdot 7$$

$$= -6x^2 - 21x$$

Kerrotaan sulkeet auki.

c) $5(x^2 + 2x - 3)$

$$= 5 \cdot x^2 + 5 \cdot 2x + 5 \cdot (-3)$$

$$= 5x^2 + 10x - 15$$

Kerrotaan sulkeet auki.

Vastaus

a) $8x^2 - 3x$

b) $-6x^2 - 21x$

c) $5x^2 + 10x - 15$

2.3

$$\begin{aligned}\text{a)} \quad & 10x - 2(5x + 4) \\ & = 10x - 2 \cdot 5x - 2 \cdot 4 \\ & = 10x - 10x - 8 \\ & = -8\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{b)} \quad & -x + 3(-x + 1) \\ & = -x + 3 \cdot (-x) + 3 \cdot 1 \\ & = -x - 3x + 3 \\ & = -4x + 3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{c)} \quad & 2x - x(4 - x) \\ & = 2x - x \cdot 4 - x \cdot (-x) \\ & = 2x - 4x + x^2 \\ & = x^2 - 2x\end{aligned}$$

Vastaus

$$\text{a)} \quad -8$$

$$\text{b)} \quad -4x + 3$$

$$\text{c)} \quad x^2 - 2x$$

2.4

a) $(3x + 6)(x - 6)$

Kerrotaan sulkeet auki.

$$= 3x \cdot x + 3x \cdot (-6) + 6 \cdot x + 6 \cdot (-6)$$

$$= 3x^2 - 18x + 6x - 36$$

Yhdistetään samanmuotoiset termit.

$$= 3x^2 - 12x - 36$$

b) $(2x - 3)(4x + 8)$

Kerrotaan sulkeet auki.

$$= 2x \cdot 4x + 2x \cdot 8 - 3 \cdot 4x - 3 \cdot 8$$

$$= 8x^2 + 16x - 12x - 24$$

Yhdistetään samanmuotoiset termit.

$$= 8x^2 + 4x - 24$$

c) $(3x - 7)(-x + 1)$

Kerrotaan sulkeet auki.

$$= 3x \cdot (-x) + 3x \cdot 1 - 7 \cdot (-x) - 7 \cdot 1$$

$$= -3x^2 + 3x + 7x - 7$$

Yhdistetään samanmuotoiset termit.

$$= -3x^2 + 10x - 7$$

Vastaus

a) $3x^2 - 12x - 36$

b) $8x^2 + 4x - 24$

c) $-3x^2 + 10x - 7$

2.5

$$\begin{aligned}\text{a) } (x+3)(x-3) \\ &= x \cdot x + x \cdot (-3) + 3 \cdot x + 3 \cdot (-3) \\ &= x^2 - 3x + 3x - 9 \\ &= x^2 - 9\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{b) } (x+3)(x+3) \\ &= x \cdot x + x \cdot 3 + 3 \cdot x + 3 \cdot 3 \\ &= x^2 + 3x + 3x + 9 \\ &= x^2 + 6x + 9\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{c) } (x-3)(x-3) \\ &= x \cdot x + x \cdot (-3) - 3 \cdot x - 3 \cdot (-3) \\ &= x^2 - 3x - 3x + 9 \\ &= x^2 - 6x + 9\end{aligned}$$

Vastaus

a-4, b-1, c-2

2.6

a) $(-5x)^2$
 $= (-5x) \cdot (-5x)$
 $= (-5) \cdot (-5) \cdot x \cdot x$
 $= 25x^2$

b) $(3x+1)^2$
 $= (3x+1) \cdot (3x+1)$
 $= 3x \cdot 3x + 3x \cdot 1 + 1 \cdot 3x + 1 \cdot 1$
 $= 9x^2 + 3x + 3x + 1$
 $= 9x^2 + 6x + 1$

c) $(x-6)^2$
 $= (x-6) \cdot (x-6)$
 $= x \cdot x + x \cdot (-6) - 6 \cdot x - 6 \cdot (-6)$
 $= x^2 - 6x - 6x + 36$
 $= x^2 - 12x + 36$

Vastaus

a) $25x^2$
b) $9x^2 + 6x + 1$
c) $x^2 - 12x + 36$

2.7

a) $6x - 5(x + 3)$

$$= 6x - 5 \cdot x - 5 \cdot 3$$

$$= 6x - 5x - 15$$

$$= x - 15$$

b) $(6x - 5)(x + 3)$

$$= 6x \cdot x + 6x \cdot 3 - 5 \cdot x - 5 \cdot 3$$

$$= 6x^2 + 18x - 5x - 15$$

$$= 6x^2 + 13x - 15$$

c) $6x - (x + 3)^2$

$$= 6x - (x + 3) \cdot (x + 3)$$

$$= 6x - (x \cdot x + x \cdot 3 + 3 \cdot x + 3 \cdot 3)$$

$$= 6x - (x^2 + 3x + 3x + 9)$$

$$= 6x - (x^2 + 6x + 9)$$

$$= 6x - x^2 - 6x - 9$$

$$= -x^2 - 9$$

Vastaus

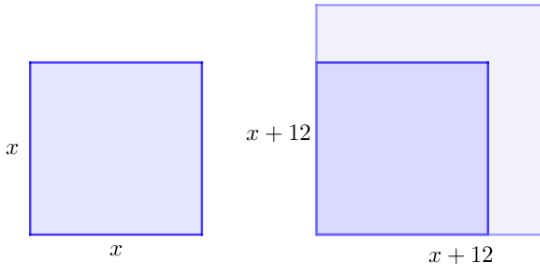
a) $x - 15$

b) $6x^2 + 13x - 15$

c) $-x^2 - 9$

2.8

a) Piirretään kuva.



Lasketaan neliön alkuperäinen pinta-ala neliösenttimetreinä.

$$x \cdot x = x^2$$

Lasketaan neliön uusi pinta-ala neliösenttimetreinä.

$$(x + 12)(x + 12) = x^2 + 24x + 144 \quad \text{Sievennetään CAS-laskimella.}$$

Lasketaan pinta-alan muutos neliösenttimetrinä.

$$\begin{aligned} (x^2 + 24x + 144) - x^2 & \quad \text{Sievennetään CAS-laskimella.} \\ = 24x + 144 \end{aligned}$$

b) Lasketaan lausekkeen $24x + 144$ arvo, kun $x = 40$.

$$\begin{aligned} 24x + 144 & \quad \text{Sijoitetaan } x = 40. \\ = 24 \cdot 40 + 144 \\ = 1104 \end{aligned}$$

Pinta-ala kasvoi 1104 cm^2 .

Vastaus

- a)** alkuperäinen pinta-ala x^2 ,
uusi pinta-ala $x^2 + 24x + 144$,
muutos $24x + 144$
- b)** 1104 cm^2

2.9

- a) Lasketaan neliön alkuperäinen pinta-ala.

$$x \cdot x = x^2$$

Lasketaan neliön uusi pinta-ala.

$$(x+8)(x-6) = x^2 + 2x - 48$$

Sievennetään CAS-laskimella.

Lasketaan pinta-alan muutos.

$$\begin{aligned}(x^2 + 2x - 48) - x^2 \\ = 2x - 48\end{aligned}$$

Sievennetään CAS-laskimella.

- b) Muutoksen tulee olla nolla. Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan x .

$$2x - 48 = 0$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

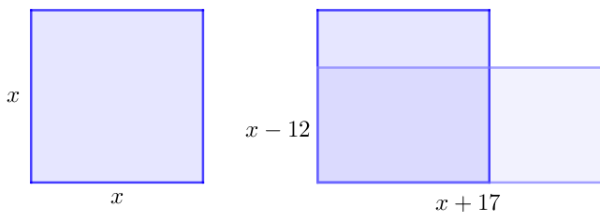
$$x = 24$$

Vastaus

- a) alkuperäinen pinta-ala x^2 ,
uusi pinta-ala $x^2 + 2x - 48$,
muutos $2x - 48$
b) $x = 24$

2.10

a) Piirretään kuva.



Lasketaan pinta-alan muutos neliömetreinä.

$$\begin{aligned}(x + 17)(x - 12) - x^2 \\ = 5x - 204\end{aligned}$$

Sievennetään CAS-laskimella.

b) Lasketaan muutoksen suuruus, kun $x = 45$.

$$\begin{aligned}5x - 204 \\ = 5 \cdot 45 - 204 \\ = 21\end{aligned}$$

Sijoitetaan $x = 45$.

Pinta-ala suureni 21 neliömetriä.

Lasketaan muutoksen suuruus, kun $x = 35$.

$$\begin{aligned}5x - 204 \\ = 5 \cdot 35 - 204 \\ = -29\end{aligned}$$

Sijoitetaan $x = 35$.

Pinta-ala pieneni 29 neliömetriä.

c) Muutoksen tulee olla nolla. Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan x .

$$5x - 204 = 0$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x = 40,8$$

Perunamaan sivun alkuperäinen pituus oli 40,8 m.

Vastaus

a) $5x - 204$ neliömetriä

b) suureni 21 neliömetriä, pieneni 29 neliömetriä

c) alkuperäinen pituus oli 40,8 m

2.11

$$\begin{aligned}\text{a)} \quad & -x \cdot 12x \\ & = -1 \cdot 12 \cdot x \cdot x \\ & = -12x^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{b)} \quad & -3x \cdot (-4x) \\ & = -3 \cdot (-4) \cdot x \cdot x \\ & = 12x^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{c)} \quad & 4x \cdot (-3) \\ & = 4 \cdot (-3) \cdot x \\ & = -12x\end{aligned}$$

Vastaus

a-2, b-1, c-4

2.12

$$\begin{aligned}\text{a)} \quad & -x(5x+2) \\ & = -x \cdot 5x - x \cdot 2 \\ & = -5x^2 - 2x\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{b)} \quad & 6x(4x-1) \\ & = 6x \cdot 4x + 6x \cdot (-1) \\ & = 24x^2 - 6x\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{c)} \quad & 12x - 3(4x-5) \\ & = 12x - 3 \cdot 4x - 3 \cdot (-5) \\ & = 12x - 12x + 15 \\ & = 15\end{aligned}$$

Vastaus

$$\text{a)} \quad -5x^2 - 2x$$

$$\text{b)} \quad 24x^2 - 6x$$

$$\text{c)} \quad 15$$

2.13

a) $(8x-1)(x+3)$
 $= 8x \cdot x + 8x \cdot 3 - 1 \cdot x - 1 \cdot 3$
 $= 8x^2 + 24x - x - 3$
 $= 8x^2 + 23x - 3$

b) $(x+6)(2x+1)$
 $= x \cdot 2x + x \cdot 1 + 6 \cdot 2x + 6 \cdot 1$
 $= 2x^2 + x + 12x + 6$
 $= 2x^2 + 13x + 6$

c) $(9x-1)(2x-4)$
 $= 9x \cdot 2x + 9x \cdot (-4) - 1 \cdot 2x - 1 \cdot (-4)$
 $= 18x^2 - 36x - 2x + 4$
 $= 18x^2 - 38x + 4$

Vastaus

a) $8x^2 + 23x - 3$
b) $2x^2 + 13x + 6$
c) $18x^2 - 38x + 4$

2.14

$$\begin{aligned}\text{a)} \quad & (2x+1)(2x-1) \\ &= 2x \cdot 2x + 2x \cdot (-1) + 1 \cdot 2x + 1 \cdot (-1) \\ &= 4x^2 - 2x + 2x - 1 \\ &= 4x^2 - 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{b)} \quad & (2x-1)(2x-1) \\ &= 2x \cdot 2x + 2x \cdot (-1) - 1 \cdot 2x - 1 \cdot (-1) \\ &= 4x^2 - 2x - 2x + 1 \\ &= 4x^2 - 4x + 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{c)} \quad & (2x+1)^2 \\ &= (2x+1)(2x+1) \\ &= 2x \cdot 2x + 2x \cdot 1 + 1 \cdot 2x + 1 \cdot 1 \\ &= 4x^2 + 2x + 2x + 1 \\ &= 4x^2 + 4x + 1\end{aligned}$$

Vastaus

a-4, b-2, c-1

2.15

a) $(x+9)^2$
 $= (x+9) \cdot (x+9)$
 $= x \cdot x + x \cdot 9 + 9 \cdot x + 9 \cdot 9$
 $= x^2 + 9x + 9x + 81$
 $= x^2 + 18x + 81$

b) $(6x-2)^2$
 $= (6x-2) \cdot (6x-2)$
 $= 6x \cdot 6x + 6x \cdot (-2) - 2 \cdot 6x - 2 \cdot (-2)$
 $= 36x^2 - 12x - 12x + 4$
 $= 36x^2 - 24x + 4$

c) $(3x-1)^2$
 $= (3x-1) \cdot (3x-1)$
 $= 3x \cdot 3x + 3x \cdot (-1) - 1 \cdot 3x - 1 \cdot (-1)$
 $= 9x^2 - 3x - 3x + 1$
 $= 9x^2 - 6x + 1$

Vastaus

a) $x^2 + 18x + 81$
b) $36x^2 - 24x + 4$
c) $9x^2 - 6x + 1$

2.16

a) Sievennetään funktion lauseke.

$$f(x) = 4x - 3(x + 1) = 4x - 3x - 3 = x - 3$$

Määritetään funktion nollakohta.

$$f(x) = 0$$

$$x - 3 = 0 \quad | + 3$$

$$x = 3$$

b) Sievennetään funktion lauseke.

$$\begin{aligned} g(x) &= (x - 3)(x + 3) - x(x - 3) \\ &= x^2 + 3x - 3x - 9 - x^2 + 3x \\ &= 3x - 9 \end{aligned}$$

Määritetään funktion nollakohta.

$$g(x) = 0$$

$$3x - 9 = 0 \quad | + 9$$

$$3x = 9 \quad | : 3$$

$$x = 3$$

Vastaus

a) $f(x) = x - 3$, nollakohta $x = 3$

b) $g(x) = 3x - 9$, nollakohta $x = 3$

2.17

a) Sievennetään lauseke.

$$\begin{aligned}(n+1)^2 - n^2 \\&= (n+1)(n+1) - n^2 \\&= n^2 + n + n + 1 - n^2 \\&= 2n + 1\end{aligned}$$

b) Kaksi peräkkäistä kokonaislukua ovat muotoa n ja $n+1$.
Niiden neliöiden erotus on $(n+1)^2 - n^2 = 2n+1$.

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan n .

$$\begin{array}{rcl}2n+1=1999 & | -1 \\2n=1998 & | :2 \\n=999\end{array}$$

Kokonaisluvut ovat $n=999$ ja $n+1=1000$.

c) Seuraava samanlainen vuosi saadaan kokonaisluvuilla $n=1000$ ja $n+1=1001$. Lasketaan vuosiluku.

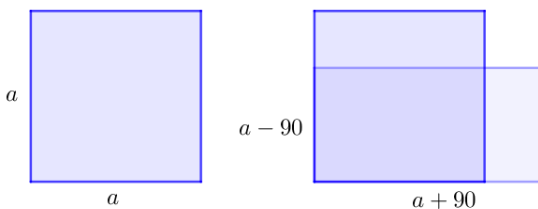
$$(n+1)^2 - n^2 = 1001^2 - 1000^2 = 2001$$

Vastaus

- a) $2n+1$
- b) 999 ja 1000
- c) 2001

2.18

Piirretään kuva.



Lasketaan puiston alkuperäinen pinta-ala neliömetreinä.

$$a \cdot a = a^2$$

Lasketaan puiston uusi pinta-ala neliömetreinä.

$$(a + 90)(a - 90) = a^2 - 8100$$

[Sievennetään CAS-laskimella.](#)

Lasketaan pinta-alan muutos neliömetreinä.

$$\begin{aligned} (a^2 - 8100) - a^2 \\ = -8100 \end{aligned}$$

[Sievennetään CAS-laskimella.](#)

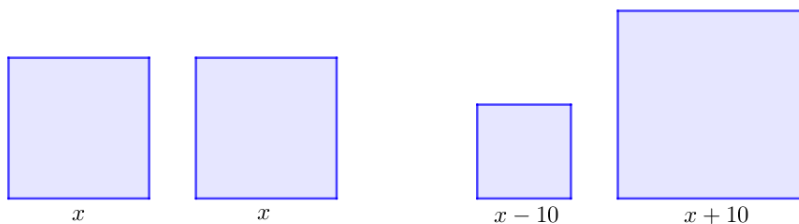
Pinta-ala pienenee 8100 m^2 .

Vastaus

alkuperäinen pinta-ala a^2 , uusi pinta-ala $a^2 - 8100$, pienenee 8100 m^2

2.19

Piirretään kuva.



Lasketaan ikkunoiden alkuperäinen pinta-ala neliösenttimetreinä.

$$x^2 + x^2 = 2x^2$$

Lasketaan ikkunoiden uusi pinta-ala neliösenttimetreinä.

$$(x+10)^2 + (x-10)^2 = 2x^2 + 200$$

[Sievennetään CAS-laskimella.](#)

Lasketaan pinta-alan muutos neliösenttimetreinä.

$$(2x^2 + 200) - 2x^2 = 200$$

[Sievennetään CAS-laskimella.](#)

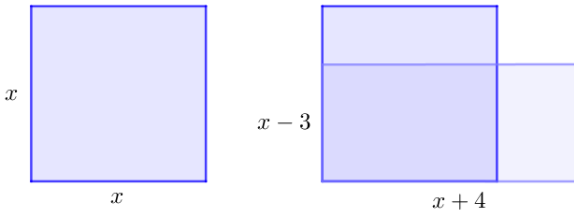
Pinta-ala suureni 200 cm^2 .

Vastaus

suureni 200 cm^2

2.20

Piirretään kuva.



Huoneen alkuperäinen pinta-ala on $x \cdot x = x^2$ neliömetriä.

Lasketaan huoneen uusi pinta-ala neliömetreinä.

$$(x - 3)(x + 4) = x^2 + x - 12 \quad \text{Sievennetään CAS-laskimella.}$$

Lasketaan pinta-alan muutos neliömetreinä.

$$\begin{aligned} (x^2 + x - 12) - x^2 & \quad \text{Sievennetään CAS-laskimella.} \\ = x - 12 \end{aligned}$$

Pinta-ala suurenee, jos muutos on positiivinen luku.

$$\begin{aligned} x - 12 &> 0 \\ x &> 12 \end{aligned} \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

Pinta-ala suurenee, jos alkuperäinen huoneen sivun pituus on yli 12 m.

Vastaus

Jos huoneen alkuperäinen sivun pituus on x , niin muutos on $x - 12$.

Huone suurenee, jos $x > 12$.